

## Übungen zur Algebra II

10. Blatt, Abgabe am Dienstag, 26.06. um 10.15 Uhr

**31.** Bestimmen Sie die Jordan-Weierstraß-Normalform der Matrix

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & -1 & 2 \\ 5 & 1 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$

über  $\mathbb{Q}$ .

**32.** Bestimmen Sie die Jordan-Weierstraß-Normalform der Matrix

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

über  $\mathbb{Q}$ .

**33.** Sei  $K$  ein Körper und

$$B = K[x, y]/(y^2 - f(x))$$

wobei  $f$  ein über  $K$  irreduzibles Polynom in der Variablen  $x$  sei.

- (i) Zeigen Sie, dass  $B$  ein Integritätsbereich ist.
- (ii) Sei  $L$  der Quotientenkörper von  $B$ . Bestimmen Sie den Transzendenzgrad der Erweiterung  $L/K$ .

**34.** Sei  $A$  ein kommutativer unitärer Ring und  $S \subseteq A$  eine multiplikative Teilmenge. Zeigen Sie:

- (i) Der kanonische Morphismus  $A \rightarrow A_S$  ist genau dann injektiv, wenn  $S$  keine Nullteiler enthält.
- (ii) Der Ring  $A_S$  ist gleich 0 genau dann, wenn  $S$  nilpotente Elemente enthält.