Prof. Dr. Uwe Jannsen
Felix Schnellinger 24. Juli 2007

Übungen zur Algebra II
13. Blatt, Abgabe am Dienstag, 17.07. um 10.15 Uhr

43. Sei R ein Ring. Zeigen Sie: Eine Sequenz

$$0 \longrightarrow M_1 \xrightarrow{f} M_2 \xrightarrow{g} M_3$$

von R-Moduln ist genau dann exakt wenn die induzierte Sequenz von R-Moduln

$$0 \to \mathrm{Hom}_R(N, M_1) \xrightarrow{f_*} \mathrm{Hom}_R(N, M_2) \xrightarrow{g_*} \mathrm{Hom}_R(N, M_3)$$

für alle R-Moduln N exakt ist.[1]

44. Schreiben Sie das Polynom $X_1^3 + X_2^3 + X_3^3 \in \mathbb{Z}[X_1, X_2, X_3]$ als Polynom in den elementarsymmetrischen Polynomen s_1, s_2 und s_3.

45. Sei K ein Körper. Beweisen Sie:

(i) Das Polynom $f = x^2 + ax + b$ hat die Diskriminante $\Delta_f = a^2 - 4b$.

(ii) Das Polynom $g = x^3 + ax + b$ hat die Diskriminante $\Delta_g = -4a^3 - 27b^2$.

46. Sei L/K eine endlich erzeugte Körpererweiterung.

(i) Zeigen Sie, dass es eine Transzendenzbasis $\{x_1, \ldots, x_n\}$ von L/K gibt so dass $L/K(x_1, \ldots, x_n)$ eine endliche Körpererweiterung ist.

(ii) Zeigen Sie, dass es eine endliche $k[x_1, \ldots, x_n]$-Algebra $A \subseteq L$ gibt mit $L = Quot(A)$.

---

[1] Hierbei ist $f_*(h) = fh$ für $h : N \to M_2$; entsprechend für g_*.