Universität Regensburg
NWF I - Mathematik

Prof. Dr. Uwe Jannsen
Patrick Forré

Algebraische Geometrie I

Wintersemester 2008/2009

Übungsblatt 4

4. November 2008

In allen Aufgaben sei k ein algebraisch abgeschlossener Körper und $\mathbb{A}^n(k) = k^n$ der affine Raum, versehen mit der Zariski-Topologie.

Aufgabe 1. Sei $U = \mathbb{A}^2(k) \backslash \{(0,0)\}$ die Ebene ohne den Ursprung. Zeigen Sie, dass die Restriktion

$$\mathcal{O}(\mathbb{A}^2(k)) \to \mathcal{O}(U)$$

ein Isomorphismus ist.

(4 Punkte)

Aufgabe 2. Sei wieder $U = \mathbb{A}^2(k) \setminus \{(0,0)\}$ die Ebene ohne den Ursprung. Zeigen Sie, dass die quasi-affine Varietät U nicht affin ist, d.h., nicht isomorph zu einer affinen Varietät ist.

(4 Punkte)

Aufgabe 3. Sei A ein beliebiger Ring und $f \in A$. Zeigen Sie, dass man einen kanonischen Ringisomorphismus

$$A_f \cong A[T]/ < f \cdot T - 1 >$$

hat.

(4 Punkte)

Aufgabe 4. Sei U eine quasi-affine Varietät. Zeigen Sie: Die Einheiten im Ring $\mathcal{O}(U)$ der regulären Funktionen auf U sind die regulären Funktionen ϕ mit $\phi(P) \neq 0$ für alle $P \in U$.

(4 Punkte)