

Dozent: Prof. Bernd Ammann

Vorlesung: Einführung in die Differentialgeometrie

Zeit und Ort: Di und Fr, 10-12, H31

Zentralübung: Di 16-18, H31 Nadine Große

Übungen: In 3 Gruppen, Mi 14-16, Mi 18-20, Fr 12-14

Vorkenntnisse: Lineare Algebra 1 und 2, Analysis 1 bis 3.

Die Vorlesung Geometrie (Kurven und Flächen) wird nicht vorausgesetzt.

Inhalt: In dieser Vorlesung wird die Geometrie von Mannigfaltigkeiten untersucht. Der anschaulichste Fall sind Flächen im euklidischen Raum, also 2-dimensionale Riemannsche Untermannigfaltigkeiten. Wir wollen diese Strukturen zum einen in beliebigen Dimensionen studieren und zum anderen Aspekte der inneren und äußeren Geometrie sauber auseinander halten.

Im Rahmen der inneren Geometrie lernen wir Begriffe wie Riemannsche Metrik, Krümmungstensor, Lösungen der Einsteinschen Feldgleichungen und vieles mehr kennen. Im Rahmen der äußeren Geometrie lernen wir u.a. Begriffe wie Minimalflächen, mittlere Krümmung, zweite Fundamentalform kennen.

In den ersten Wochen der Vorlesung studieren wir Kurven und Flächen in \mathbf{R}^n . In der Zentralübung werden weitere Beispiele betrachtet, um die Anschauung zu schulen. Inhaltlich ist dieser Teil nahe an der Vorlesung Geometrie LA (Gym). Wir sehen, wie man auf solchen Untermannigfaltigkeiten Längen, Winkel und Krümmung messen kann.

Den entscheidenden Durchbruch errang die Differentialgeometrie dadurch, dass man Mannigfaltigkeiten mit Riemannscher Metrik ohne den umgebenden Raum betrachten kann. Dies wird uns in den folgenden Wochen beschäftigen. Diese Technik ist die Grundlage zum Verständnis vieler mathematischer Gebiete und Anwendungen in der Physik, z.B. klassische Mechanik, Allgemeine Relativitätstheorie, String-Theorie, Globale Analysis, Teile der Topologie und Aspekte der Theorie partieller Differentialgleichungen.

Ein zentrales Objekt der (semi)-Riemannschen Geometrie ist der Riemannsche Krümmungstensor, aus dem sich Schnitt-Krümmung, Ricci-Krümmung und Skalarkrümmung ableiten lassen. Eine möglichst gute geometrische Vorstellung für diese Krümmungen zu erhalten wird, ist das Thema der letzten Wochen.

Die Vorlesung richtet sich vor allem an Hörer der Semester 4-8. Sehr zu empfehlen ist sie auch für Physik-Studenten, da die mathematischen Grundlagen der Allgemeinen Relativitätstheorie mit dieser Vorlesung zu großen Teilen übereinstimmen.

Die Vorlesung hat in der ersten Hälfte den Charakter einer Grundstudiumsvorlesung, und ist inhaltlich ähnlich zur Vorlesung Geometrie (LA Gym). Danach hat sie den Charakter einer Hauptstudiumsvorlesung.

Literatur:

M. Do Carmo, Differentialgeometrie von Kurven und Flächen, Vieweg
C. Bär, Elementare Differentialgeometrie, de Gruyter
M. Do Carmo, Riemannian Geometry, Birkhäuser
F. Warner, Foundations of Differentiable manifolds and Lie groups, Springer
B. O'Neill, Semi-Riemannian geometry (with applications to relativity)
T. Sakai, Riemannian Geometry, AMS
J. Cheeger, D. Ebin, Comparison Theorems in Riemannian Geometry

Anschlussveranstaltung:

Differentialgeometrie 1 im Wintersemester 2009/10,
Seminare

Benoteter Leistungsnachweis: (nein)**Unbenoteter Leistungsnachweis: (ja)**

Teilnahme am Übungsbetrieb, Klausur.

Lehrämter können auch diesen Leistungsnachweis auch an Stelle von Geometrie (LA Gym) einsetzen.

Regelungen in nichtmodularisierten Studiengängen:**Eignung als Prüfungsstoff für folgende Prüfungen:**

Mathematik-Diplom:

Die Vorlesung kann zusammen mit den Anschlussvorlesungen für die Diplomprüfungen genutzt werden. Sie zählt jedoch hierbei nur zur Hälfte als Hauptstudiumsvorlesung.

Mathematik-LA Gym:

Als Geometrie-LA Gym Schein und für die Geometrie-Prüfung.

Die Vorlesung mit Titel „Geometrie LA (Geo)“, Inhalt ähnlich zu „Einführ. Diff.geo.“, wird erst wieder im SS 2010 angeboten.

Physik-Diplom:

bitte bei Bedarf nachfragen.