

# Übungen zur Symplektischen Geometrie und klassischen Mechanik

Universität Regensburg, Wintersemester 2017/18

Prof. Dr. Bernd Ammann / Johannes Wittmann

Abgabe am 12.01.2018 in der Vorlesung

---



## Übungsblatt 11

### 1. Aufgabe (4 Punkte).

Sei  $(M, \omega)$  eine symplektische Mannigfaltigkeit. Zeigen Sie die Jacobi-Identität für die Poisson-Klammer durch Rechnung in Darboux-Koordinaten. Es ist also zu zeigen, dass für alle  $F, G, H \in C^\infty(M)$

$$\{\{F, G\}, H\} + \{\{H, F\}, G\} + \{\{G, H\}, F\} = 0$$

gilt.

### 2. Aufgabe (4 Punkte).

Wir betrachten die *Poisson-Klammer des starren Körpers*, gegeben durch

$$\{F, G\}(x) := \langle x, \nabla F|_x \times \nabla G|_x \rangle$$

für alle  $F, G \in C^\infty(\mathbb{R}^3)$ ,  $x \in \mathbb{R}^3$ . Zeigen Sie:

- Die Poisson-Klammer des starren Körpers definiert eine Poisson-Struktur auf  $\mathbb{R}^3$ .  
*Hinweis: Die Jacobi-Identität für das Kreuzprodukt kann hilfreich sein.*
- Jedes  $A \in \text{SO}(3)$  ist eine Poisson-Abbildung bezüglich dieser Poisson-Struktur.  
*Hinweis: Sie dürfen ohne Beweis verwenden, dass  $A(x \times y) = Ax \times Ay$  für alle  $A \in \text{SO}(3)$ ,  $x, y \in \mathbb{R}^3$  gilt.*