Studierhinweise zur Analysis IV

Universität Regensburg, Sommersemester 2020
Prof. Dr. Bernd Ammann und Mitarbeiter

Studierhinweise Nr. 12

2.7 und 2.8 Abschluss des Kapitel „Mannigfaltigkeiten“

Nachdem nun die technischen Grundlagen von Mannigfaltigkeiten aufgebaut, können wir nun insbesondere in zwei Richtungen wichtige geometrische Theorien aufbauen. Die erste ist die riemannsche Geometrie, die zweite behandelt den Satz von Stokes und Verwandte davon.

Vielleicht zunächst zur zweiten Theorie: der Satz von Stokes wird Kapitel 3 der Vorlesung füllen, seine Spezialfälle sind zentrale Hilfsmittel der Physik (Satz von Stokes der Physik, Satz von Gauß etc.). Sie sind aber auch sehr wichtig für die Lösung partieller Differentialgleichungen und in der algebraischen Topologie. Auf Grund der vielen Verbindungen gehört dieser Teil zum „Pflichkanon“ der Vorlesung Analysis IV und wird deswegen eingehend behandelt. Mehr dazu später.

In der 16. Vorlesung werden wir nun einen kurzen Einblick in die riemannsche Geometrie geben. Die Inhalte dieses Gebiets werden innerhalb der Vorlesungen Differentialgeometrie I (Löh, WS 2020/21) und Differentialgeometrie II (Ammann, SS 2021) vertieft. Die Ziele von 2.7 und 2.8 sind

- Sie sollen sehen, dass sich viele der Strukturen, die Sie für Untermannigfaltigkeiten bereits kennengelernt haben und von denen Sie im Falle von Untermannigfaltigkeiten hoffentlich schon eine gewisse Anschauung entwickelt haben, sich auch Mannigfaltigkeiten verallgemeinern. Die kovariante Ableitung ist ein typisches Beispiel: in der Untermannigfaltigkeitstheorie erfüllt die dort definierte kovariante Ableitung einige Eigenschaften. Diese kann man hier zu einer Definition der kovarianten Ableitung auf riemannschen Mannigfaltigkeiten umbauen. Auf Mannigfaltigkeiten verallgemeinert werden auch: Länge von Kurven, Ableitungen und zweimalige Ableitungen von Kurven, der riemannsche Krümmungstensor, Geodätische, Gaußkrümmung.

- Sie sollten neue Konzepte kennenlernen, die wir auch schon für Untermannigfaltigkeiten hätten studieren können: der von einer riemannschen Metrik induzierte Abstand, Diskussion der Vollständigkeit, Schnittkrümmung, Diskussion der Innenwinkelsumme in geodätischen Dreiecken und Verbindung zur Krümmung

- Da Sie in den nächsten Monaten auch entscheiden müssen, in welche Richtungen Sie sich in den kommenden Semestern vertiefen wollen, sollten Sie Einblicke bekommen, welche Inhalte in welchen Vorlesungen behandelt werden.