

---

## Namen- und Sachverzeichnis

### A

$\alpha$ , Alternator 123  
Abhängigkeit der Lösung,  
  analytisch 16  
–, Anfang u. Parameter 6, 13ff  
–, differenzierbar 13ff  
–, glatt,  $C^\infty$  16  
–, von d. DGL. 13  
Ableitung, äußere 146ff  
abzählbar, Basis 95  
–, Partition der Eins 117  
adjungierte Matrix 89  
d’Alembert, DGL. 92  
–, Reduktion 187  
Alexandroff-Kompaktifizierung 94, 188  
Algebraiker 107ff  
Alt 122ff  
–, Basis 126  
Alternator 123  
alternierend 122ff  
–, Differentialform 132  
–, Form 122ff  
–, Zweiform 190f  
Anfangswert 2, 5  
–, DGL. höherer Ordg. 57  
–, lineare DGL. 38  
Anordnung von  $\mathbb{R}$  129  
antikommutativ 124  
Antipodenabbildung 139, 158, 167  
antipodisch 106  
aperiodischer Grenzfall 62  
Approximation,  $C^\infty$  189f  
–, durch Polynome 190  
Äquator 106

Atlas 100  
–, berandete Mfkt. 141  
–, differenzierbar 101  
–, guter 118  
–, maximal diffb. 101  
–, orientierbar 130  
Attraktor 72  
Auslenkung 56  
Ausschöpfung, kompakte 117, 189  
äußere Ableitung 146ff  
äußere Algebra 126  
äußere  $k$ -Form 122  
äußere Normale 143  
äußeres Produkt 123ff  
–, Vorfaktor 124  
autonome DGL. 2ff  
–, einer Variablen 19, 183  
–, Fluß 24ff  
–, Glättung 22  
–, lineare 46ff  
–, Transformation 21  
–, zugehörige 6, 32

### B

Banach, Kontraktionslemma 8  
Basis, Alt 126  
–, Kotangentialraum 131  
–, Lösungen DGL. 39, 58, 60  
–, Tangentialraum 113  
–, Topologie 95, 188  
berandete Mannigfaltigkeit 141  
Bernoulli, DGL. 184  
Bewegungsinvarianz 99  
Bilinearform 175

- Brouwer, Fixpunktsatz 153  
 Bündel, alt. Formen 131  
 –, Tangential 113
- C**
- $C^\infty$ ,  $C^k$  99, 102  
 Cauchy, Integralsatz 154  
 –, Integralformel 193  
 Cayley-Hamilton 48  
 charakteristische Funktion 97  
 charakteristisches Polynom 48  
 –, Eulersche DGL. 67  
 –, lineare DGL. 59, 61  
 charakteristisches Vektorfeld 89ff  
 Clairaut, DGL. 85, 92  
 Cramersche Regel 89
- D**
- $d$ , äußere Ableitung 146ff  
 –, Differential 131f  
 $\Delta$ , Laplaceoperator 179  
 $\partial$ , Rand 142  
 Dachprodukt 123, 133  
 degenerierter Knoten 56  
 de Rham, Kohomologie 162  
 –, Komplex 159  
 Derivation 111f  
 $\det e^A = e^{\text{Sp } A}$  43  
 Determinante, Ableitung 43  
 –, alternierende Form 126  
 –, lineare DGL. 42ff  
 –, lineare DGL. n. Ordg. 58  
 –, Produktsatz 128  
 DGL = Differentialgleichung  
 $\text{Diff}(M)$  28  
 diffeomorph 103  
 Differential 108, 131  
 Differentialform 132  
 –, positive 134  
 Differentialgleichung = DGL. 1ff  
 –, d'Alembert 92  
 –, analytische 16  
 –, autonome 2ff  
 –, Clairaut 85, 92  
 –, differenzierbare 14ff  
 –, Eulersche 66f  
 –, getrennte Variable 18  
 –, glatte 16  
 –, höhere Ordnung 57  
 –, homogene 18  
 –, implizite 84  
 –, kompakter Träger 34  
 –, lineare 37ff, 185  
 –, Parameter 5  
 –, partielle 80  
 –, Raum der 12  
 Differential-Ungleichung 32  
 Differenzgleichung 186  
 differenzierbar 99  
 –, Abbildung von Mfkt. 102  
 –, Atlas 101  
 –, berandete Mfkt. 140ff  
 –, Karte 101  
 –, Mannigfaltigkeit 100ff  
 –, Metrik 164  
 –, Partition der Eins 117  
 –, Struktur 102  
 –, Struktur, berandet 141  
 Dimension 100, 102f, 110  
 –, Null 145  
 $\text{div} = \text{Divergenz}$   
 $\text{div}_4$  181  
 Divergenz, euklidisch 44  
 –, Riemannsche Mfkt. 171ff, 175, 181f  
 –, Satz 45, 170ff, 174  
 Drehimpuls 80  
 Drehung 3  
 dünn 96, 119  
 dynamisches System 28

**E**

$e^A$ , Exponentialfunktion 12, 46f  
 $\mathcal{E}_p$ , Keime bei  $p$  112  
 ebene lineare DGl. 52ff, 62ff  
 Ecke 144  
 Eigenfrequenz 56  
 Eigenfunktion 67  
 Eigenraum, verallg. 49  
 eigentlich 31, 95, 188, 190  
 Eigenwert 49, 60, 73  
 Eindeutigkeit, Lösung DGl. 4, 6, 25  
 eindimensionale Mfkt. 144  
 Einhüllende 86, 188  
 Einpunktkompaktifizierung 94  
 Elastizitätstensor 56  
 $\text{End}_{\mathbb{C}}$ ,  $\text{End}_{\mathbb{R}}$ ,  
     Endomorphismenring 38  
 Energie, Erhaltung 36, 80  
     –, kinetische 45  
     –, potentielle 45  
 Enveloppe 86, 188  
 Erhaltungssatz 80f, 188  
 erstes Integral 79, 188  
 erzeugte Topologie 95  
 euklidische Metrik, auf  $\mathbb{C}^n$  73  
     –, auf  $T_p M$  163ff  
 Euklidischer Algorithmus 48  
 Eulersche DGl. 66ff  
 ewiges Leben 33  
 exakt 161f, 191f  
     –, Kettenkomplex 194  
 Existenzintervall 4, 26  
     –, abschätzen 32f  
     –, beschränkt 32  
     –, Lineare DGl. 11f, 38  
 Existenzsatz, DGl. 6  
 explodieren, Integralkurve 32  
 Exponentialfunktion 2, 12, 28, 41, 46ff  
     –, Determinante 43

    –, Rechenregeln für Matrizen 47  
     –, Wachstum 74f

**F**

fast alle 96, 119  
 fast überall 96, 119  
 Fixpunkt, Banach 8  
     –, Brouwer 153f  
     –, Eigenschaft 193  
     –, Integraloperator 7  
 Fläche 191, 194  
 Fluß 24ff, 172, 175  
     –, Integral 77ff  
     –, Mannigfaltigkeit 171  
     –, Umparametrisierung 31  
 Flußlinie 27  
     –, Rückkehrverhalten 35, 70  
     –, Typ 34  
 $k$ -Form 122ff  
     –, zerlegbar 128  
 Frequenz 61  
 Fubini, Satz 97  
 Fundamentalmatrix 39  
 Fundamentalsatz d. Algebra 157  
 Fundamentalsystem 39, 58, 60  
 Fundamentaltensor 164f  
 Funktionaldeterminante 98f  
 Funktor, Alt 126  
     –,  $\Omega^*$  133  
     –, de Rham 163  
 funktoriell, Alt 125  
     –, Tangentialabb. 108

**G**

$(g_{ij})$ , Metrik 164  
 Garbe 133  
 Gauß, Divergenzsatz 45, 174  
 Gebiet, berandet 192f  
     –, Karte 100

gedämpfte Schwingung 61ff  
 Geometer 107ff  
 geschlossen, Differentialform 149, 161  
 –, Mannigfaltigkeit 142  
 Geschwindigkeitsfeld 27  
 getrennte Variable 18  
 glatt, berandetes Gebiet 154, 192f  
 –, lokaler Fluß 26ff  
 –, Lösung einer DGL. 16  
 –, Partition der Eins 117  
 Glättung einer DGL. 19  
 Gleichgewicht 70, 81  
 gleichmäßig konvergent 97  
 gleich orientiert 129  
 Glockenfunktion 119  
 grad = Gradient  
 grad<sub>4</sub> 181  
 Grad, Differentialform 132  
 –, Multilinearform 122  
 Gradient 176ff  
 –, 2-dim. 181  
 Gradientensystem 72  
 graduiert antikommutativ 124  
 graduierte Algebra 133  
 Graßmann, Mfkt. 191  
 Green, Formel 180  
 Grenzfall, aperiodischer 62  
 Guldin, Regel 194  
 guter Atlas 118

## H

$H^k M$  Kohomologie 162  
 halbeinfacher Teil 49, 73  
 Halbraum  $\mathbb{R}_+^n$  140  
 Hamilton-Cayley 48  
 Hamilton, Gleichungen 45, 80, 187  
 –, Vektorfeld 45, 89, 188  
 Handschuh 129, 130  
 harmonische Funktion 195f

Hauptachse 56  
 Hauptsatz, Diff. u. Int. 148, 151  
 hausdorffsch 93, 189  
 Hesseform 81ff  
 Himmelsmechanik 80  
 holomorphe Differentialform 149f  
 homogene DGL. 18  
 –, lineare 37ff  
 homotop 155, 193  
 Homotopie 155, 159ff  
 –, Invariante 163  
 hyperbolisches Paraboloid 195  
 Hyperebene 106

## I

Igel 158, 193  
 immersiv 114f  
 implizite DGL. 84  
 Impuls 80  
 Index, Vektorfeld 184  
 Indikatorfunktion =  
   charakteristische Funktion 79  
 induzierte Abbildung,  
   Alt( $f$ ) 124, 127f  
 –,  $\Omega^*(f)$  133  
 –,  $T_p f$  108  
 infinitesimales Volumen 128  
 inhomogen, lineare DGL. 38, 63ff  
 –, Lösung 20f, 39f  
 –, autonome 64  
 Inklusion 104  
 Inneres, Mfkt. 142  
 instabile Mfkt. 75f  
 integrierbar 96  
 –, Differentialform 134  
 –, Lebesgue 135  
 –, Partition der Eins 119, 135  
 Integral, alternierende  $n$ -Form 133ff  
 –, erstes (DGL.) 79

- Integral, Funktion auf  $\mathbb{R}^n$  96ff  
–, Funktion auf Mfkt. 138  
–, längs Kurve 170  
–, lokales 134  
–, Riemannsche Mfkt. 165f  
Integralgleichung 7  
Integralkurve 2, 25ff  
–, endliche Lebensdauer 32  
–, maximale 26  
–, Vektorfeld auf Mfkt. 171  
Integralmannigfaltigkeit 77ff, 89  
integrierender Faktor 192  
inverse Matrix, Ableitung 40  
Involution 139, 191  
Isometrie 166  
Iterationsverfahren 10  
–, Lineare DGL. 12  
iteriertes Integral 98
- J**
- Jacobideterminante 98  
Jacobimatrix 110  
Jordan, Normalform 47, 73  
–, reell 50ff  
Jordan-Chevalley Zerlegg. 49  
Jordan-Matrix 49
- K**
- $\kappa : V \cong V^*$  175  
Kamke 18  
kanonisch, Normalvektor 173, 178  
–, Tangentialvektor 178  
–, Volumenform 165, 167ff  
Karte 100  
–, Abbildung in 114  
–, berandete Mfkt. 141  
–, Untermannigfaltigkeit 103f  
–, Wechsel 101, 110  
Keim 107, 111f, 189  
Kettenhomotopie 159ff, 194  
Kettenkomplex 159, 194  
kinetische Energie 45  
Klein, Flasche 191  
Knoten 53  
–, degenerierter 54  
–, implizite DGL. 88  
Kodimension 103, 115  
kompakt 94  
–, Ausschöpfung 117  
komplexe Lösung 42  
komplexe Schreibweise 51  
Konjugation 51  
Kontraktionslemma 8  
kontravariant 110  
Konvergenzabschätzung,  
Lineare DGL. 11  
–, Picard-Lindelöf 10  
Koordinaten, Abbildungen in 114  
–, homogene 105  
–, lokale 100ff  
–, Tangentialraum 109ff  
–, Transformation 101, 110  
Korand 149, 161f  
Kotangentialraum 131  
Kozykel 161f  
Kreis 3, 21  
Kreuzprodukt 80, 179  
kritisch 114  
Kugel 95, 106, 117, 136  
–, berandete Mfkt. 141  
–, Fixpunktsatz 153f  
Kurvenintegral 170
- L**
- Längenmessung 163  
Laplaceoperator 179  
Lebensdauer (-zeit) 26  
–, endliche 32

- Lebesgue-integrierbar 135  
 Lindelöf-Picard 6  
 Lineare DGL. 11f, 37ff, 185  
 –, autonome 46ff  
 –, ebene autonome 52ff  
 –, Fluß 28  
 –, Hauptsatz 38, 58  
 –, höherer Ordnung 58, 63ff, 187  
 –, mit Parameter 11  
 –, Stabilität 72ff  
 –, Transformation 47  
 Lineare Differentialgleichung 186  
 Liouville, Formel 44  
 –, Satz 43, 173  
 Lipschitzbedingung 6, 12  
 Ljapunof-Funktion 70, 82  
 lokal eindeutig lösbar 10, 24  
 lokale Koordinaten 100ff  
 lokale Lösung, DGL. 6  
 –, Definitionsgebiet 10  
 –, Differenzierbarkeit 14ff  
 –, Glättungssatz 19  
 lokal endlich 96, 116  
 lokaler Fluß 24ff  
 –, Definitionsgebiet 26  
 lokal euklidisch 100, 189  
 lokal gleich 111  
 lokal kompakt 94, 189  
 Lösung, DGL. 5  
 –, implizite DGL. 84  
 –, komplexe 42  
 –, lokale 6  
 –, maximale 26  
 –, Methoden 18  
 –, reelle 42  
 Lösungsraum, Lineare DGL. 38, 58, 60
- M**
- Mannigfaltigkeit 100ff  
 –, berandet 140ff  
 Mannigfaltigkeit, eindimensional 144  
 –, nulldimensional 145  
 –, orientiert 130  
 Maß, durch Volumenform 138  
 –, Null 119  
 Massenpunkt 45, 56  
 Matrizenfolge  $(A^k | k \in \mathbb{N})$  187  
 maximal, Lösung 5  
 –, Integralkurve 26  
 Maximumprinzip 196  
 Mechanik 45, 80, 89  
 Metrik, Fundamentaltensor 164f  
 –, Minkowski 164, 176  
 –, Riemann 164, 166  
 metrischer Raum 95  
 Mfkt = Mannigfaltigkeit  
 Milnormmannigfaltigkeit 190  
 minimale Lösung 5  
 Minkowski 164, 176, 181  
 Mittelwerteigenschaft 195  
 Mittelwertsatz 12, 112  
 Möbiusband 130  
 Monodromiesatz 155f  
 Morselemma 82  
 multilinear 122  
 Multilinearform 122
- N**
- $\mathfrak{n}$  = kanonischer  
   Normalvektor 173, 178  
 natürlich, äußere Ableitung 147f  
 –, äußeres Produkt 124  
 negativ orientiert 129  
 Neilsche Parabel 87  
 nilpotenter Teil 49, 73  
 Noethers Theorem 188  
 normal 94, 190  
 Normalform, Jordan 47  
 Normalvektor 173

**O**

$\Omega^k M$  132ff  
 $\omega_M$ , kanonische Volumenform 165  
 offen 93  
 Offenheit, lokaler Fluß 26  
 Operation von  $\mathbb{R}$  28  
 Orbit 27  
 Ordnung, DGL. 37f, 56f  
 orientiert, Atlas 130, 136f  
 –, Karte 136  
 –, Mfkt. 130ff  
 –, Vektorraum 129  
 Orientierung, Mfkt. 130ff, 136f, 154  
 –, Produkt 191  
 –, Rand 143  
 –, Untermfkt. 139  
 –, Vektorraum 129  
 orientierungserhaltend 138f  
 orientierungsumkehrend 138f  
 orthogonale Fundamentalmatrix 185  
 oszillieren 81

**P**

Paraboloid 195  
 Parameter 5  
 –, Lineare DGL. 11  
 Parameterraum 5f  
 partiell differenzierbar, DGL. 12  
 Partition der Eins 31, 116ff  
 –, integrabel 119, 135  
 Peano 6  
 periodisch 34, 188  
 –, Inhomogenität 63ff  
 –, Schwingung 62  
 Permutation 122  
 Pfaffsche Form 133, 162, 170, 176, 192  
 Phasenportrait 3, 21, 27  
 Phasenraum 2, 5, 21, 56  
 Physiker 107ff

Picard-Lindelöf 6  
 –, Konvergenzabschätzung 10  
 Poincaré, Lemma 159ff, 177  
 Polarkoordinaten 169  
 Polynom 189  
 positiv definit 164  
 positive Diff.-form 134  
 positiv orientiert 129  
 Potential 162, 177  
 potentielle Energie 45, 81  
 Potenzreihenansatz 16, 184  
 Produkt, Mfkt. 104f, 144f  
 Produktregel 112  
 Produktsatz, Determinanten 128  
 projektiver Raum 105f  
 –, Ebene 130  
 –, Einbettung in  $\mathbb{R}^n$  189  
 –, Orientierung 140

**Q**

$Q^k V$ , Multilinearformen 122  
 Quadrik 190f  
 Quellstärke 175  
 Quotientenregel für Matrizen 40  
 Quotient von Mfkt. 105f

**R**

$\mathbb{R}_-$ , Halbraum 140  
 Rand, Halbraum 140  
 –, Mannigfaltigkeit 141ff  
 –, Retraktion auf 153  
 Randpunkt 141  
 Rang 113, 189  
 –, Satz 114  
 Rechteck 145  
 Reduktion der Ordnung 41, 187  
 reelle Lösung 42, 61  
 regulär, Flußlinie 34  
 –, Punkt 114

- regulär, Topologie 94  
 – , Vektorfeld 22  
 – , Wert 104, 114f, 141  
 Reibung 61  
 Relativitätstheorie 164, 177  
 Resonanz 65  
 Retraktion 153  
 $rg_p f$ , Rang 113  
 de Rham, Kohomologie 162  
 – , Komplex 159  
 Ricatti, DGL. 185  
 Richtungsableitung 111  
 Riemann, integrabel 96  
 – , Mannigfaltigkeit 163ff  
 – , Metrik 164, 194  
 rot = Rotation 177f  
 – , 2-dim. 182  
 Rotationsfläche 194  
 Rotationssatz 178  
 $\mathbb{R}P^n$  projektiver Raum 139  
 Rückkehrverhalten, Fluß 35, 70  
 Ruhelage 69, 81
- S**
- $S^n$ , Sphäre 139  
 $S(k)$ , symmetrische Gruppe 122  
 Sattel 53  
 – , implizite DGL. 88  
 Scheibe, transverse 22  
 schiefssymmetrische Matrix 190  
 Schnitt 132  
 Schraube 129  
 Schwingung, gedämpfte 61ff  
 – , ungedämpfte 81  
 Schwingungsgleichung, inhomogene 65f  
 selbstadjungierter Operator 180  
 Signum, Permutation 122  
 singular,
  - implizite DGL. 85
  - singular, Punkt 114
  - , Wert 114
 Singularität (Vektorfeld) 23, 34, 69ff, 76
  - , charakterist. Vektorfeld 90f
  - , ebenes 52ff, 184f
  - , stabile 74
 Skalarprodukt 164  
 Sp, Spur 43  
 Spat 99  
 spezielle Lösung 39  
 Sphäre 105
  - , kan. Volumenform 169
  - , Volumen 166, 174
 Spirale 55, 62
  - , implizite DGL. 88, 91
 Spitze 92  
 Spur 43  
 stabil 69ff, 187
  - , asymptotisch 70
  - , Mannigfaltigkeit 75
  - , Singularität 74
 stereographische Projektion 192  
 sternförmig 30, 161  
 Sternoperator 178f  
 stetig, Integral 97
  - , Lösung einer DGL. 6
  - , Partition der Eins 117
 Stokes-Satz 151f
  - , Rechteck 148f
  - , Rotationssatz 178
 Störung einer DGL. 20  
 submersiv 114f  
 Substitution (Integral) 98  
 Summe von Mfkt. 105  
 Supremumsnorm 8  
 symmetrische Gruppe 122
  - , Operation auf  $k$ -Formen 123
 symmetrische Matrix 56, 189

**T**

$T_p M$ ,  $T_p f$ , Tangentialraum 108, 142  
 $\mathfrak{t}$ , Einheitstangentenvektor 178  
 Tangens (tan) 3  
 Tangentenschar 86  
 Tangentialabbildung 108ff, 113  
 –, Jacobische 109  
 tangential äquivalent 108  
 Tangentialbündel 113  
 Tangentialraum 21, 107ff  
 –, berandete Mfkt. 142  
 Tangentialvektor 1, 107ff  
 Tarnkappe 145  
 Tensor 110, 115  
 Testfunktion 180  
 Topologie 93  
 –, Basis 95  
 topologischer Raum 93  
 Torus 36, 79, 105, 191, 193, 195  
 Tr, Träger 116  
 –, Differentialform 135  
 Transformation, DGl. 17ff  
 –, Integral 44, 98, 121, 135  
 transformierte DGl. 18  
 transverse Scheibe 22  
 Typ einer Flußlinie 34

**U**

Uhrzeigersinn 144  
 Ultrafilter 189  
 Umgebung 93f  
 Umkehrabbildung 103, 187  
 Umlaufszahl 184  
 umparametrisieren, Fluß 31  
 unendlich ferne Hyperebene 106  
 Ungleichung, Differential- 32  
 unitäre Fundamentalmatrix 185  
 untergeordnet 116  
 Untermannigfaltigkeit 103, 115

**V**

Variation der Konstanten 20f, 39f, 61  
 Variationsgleichung 14, 37  
 Vektoranalysis 175ff  
 Vektorfeld 2ff  
 –, charakteristisches 89  
 –, Glättung 22  
 –, Mfkt. 170, 175ff  
 Vergleichssatz 32  
 vol, Volumen 79, 166  
 vollständig gedämpft 63  
 Volumen,  $A \subset \mathbb{R}^n$  97  
 –, Determinante 99  
 –, infinitesimal 133  
 –,  $n$ -Form 128, 164f  
 –, Riemannsche Mfkt. 166  
 –, Zuwachsrates (DGl.) 43  
 Volumenform 136f  
 –, Graph 168  
 –, kanonische 165, 167ff  
 –, Polarkoordinaten 169  
 –, Untermfkt. des  $\mathbb{R}^n$  139, 167  
 Volumenmaß 137

**W**

Weg 107  
 Weierstraß 69, 190  
 Wellenoperator 181  
 Wert, regulärer 104, 141  
 Wirbel 55f  
 Wronski, Determinante 58  
 –, Matrix 58

**Z**

Zeit 2, 5  
 –, abhängig 6  
 –, Intervall 5, 56  
 zentral beschleunigt 80  
 zerlegbar,  $k$ -Form 128, 190f

- Zerlegungssatz,  
  Endomorphismen 48, 60  
Zusammensetzung, diffb. 103  
–, Tangentialabb. 108
- zusammenziehbar 156, 161  
Zuwachsrate 3, 43  
Zylinder 155, 159  
zyklischer Summand 49