

---

## Namen- und Sachverzeichnis

### A

Abbildung 2  
Abel 125  
abgeschlossen 22, 199, 207  
–, Gerade  $\mathbb{R}$  23, 45, 56  
Ableitung 88ff  
–, formale 126  
–,  $n$ -te  
Abschluß 199, 227  
absolut 11, 129, 166  
–, konvergent 47, 49  
Abstand 193, 228  
abzählbar 190  
Addition 4  
–, Folgen 30  
Additionstheorem 117, 154  
Additivität des Integrals 76  
affin 88  
algebraisch 193  
algebraische Operation  
  und  $\lim$  30  
allgemeine Potenz 108  
allg. Mittelwertsatz 156  
alternierende Reihe 42  
analytisch 131, 145  
Anordnung 4, 6ff  
–, und  $\lim$  32

antisymmetrisch 110  
Approximation, Dirac 171  
–, trigonometrisch 189  
–, Weierstraß 173, 187f  
Archimedes 23  
arcsin 139  
arctan, Arkus-  
  tangens 105, 110f, 128  
Argument 155  
assoziativ 5  
asymptotisch proportional 218  
Axiome für  $\mathbb{R}$  4, 49

### B

b-ale Zahl 48  
Banach-Fixpunktsatz 226  
Banachraum 70, 197, 228  
beliebig 53  
Bernoullische Ungleichung 20  
Bernoullizahlen 143  
berühren 199  
Berührungspunkt 199  
beschränkt 21, 36, 58, 121, 209  
–, Folge 44  
Besselsche Ungleichung 186  
bestimmt divergent 28  
Betrag 11, 63 180

- , in  $\mathbb{C}$  151
- , integrabel 84
- bijektiv 16, 201, 209
- Bijektion 16, 209
- Bild 53
- bilinear 178
- Binomialkoeffizient 17, 137, 217, 223
- Binomische Reihe 137
- Binomischer Lehrsatz 19, 138
- Bogenkomponente 215
- bogenweise zusammenhängend 214, 228
- Bolzano-Weierstraß 44, 57, 213
- Borel, Satz 148
- , Heine 212
- C**
- $\mathbb{C}$  150ff
- $C^n$ ,  $C^\infty$  150
- $C(X, Y)$  201
- Cantor 192
- cartesisches Produkt 202
- Cauchy-Abzählung 191
  - Folge 49, 196
  - Kriterium 46, 69, 165
  - Produkt 129, 131 140
  - Verdichtungslemma 39
- charakteristische Funktion 192
- chinesische Notation 178
- cos 112ff, 224
  - , Fourierentwicklung 188ff
  - , komplex 153
- , Taylorreihe 136f
- D**
- definit 178
- Definitionsgebiet 53
- de l’Hospital, Regeln 157f
- Deltafunktion 169
- Dezimalzahl 1, 47, 220
- dicht 199
- Dichte 171
- Differential 92
- Differentialquotient 88
- Differenzenquotient 88
- differenzierbar 88, 93
  - ,  $n$ -mal stetig 93
- Dini 228
- Dirac-Approximation 171
  - Familie 175
  - Folge 169ff
- disjunkte Vereinigung 204
- diskret 198
- distributiv 5
- divergent 27, 40
- Drehung 114, 155
- Dreiecksungleichung
  - 12, 68, 152, 180, 193
  - , Integral 84
- Dualzahl 48
- E**
- $e$  41, 108
- Ebene 2
- Eindeutigkeit (lim) 29
- Einheit 5

- Einheitsvektor 184  
einseitig differenzierbar 100  
endlich 15, 190  
–, Überdeckung 207  
– viele 27  
Entwicklungspunkt 121  
Erwartungswert 171  
euklidischer Raum 177ff  
Eulersche Formel 154  
Eulersche Konstante 165  
–, Zahl  $e$  41, 108  
Exponentialfunktion,  
  exp 41, 106ff, 129, 158  
–, Taylorreihe 41  
–, komplex 153  
Extremum 97
- F**  
 $F_a^b$  75, 81, 177ff  
fakultät 16  
fallen 36  
Faltung 172, 225  
fast alle 26  
feiner 71  
Fibonacci 26, 29, 220  
Fixpunkt 226, 228  
Folge 25  
–, von Funktionen 65  
Folgen und Reihen 33, 124  
folgenstetig 54  
formale Ableitung 126  
formales Integral 126  
Formel 193  
fortsetzen, diffb. Funkt. 149
- Fourier-Entwicklung 183ff, 188  
fremd 198  
Fresnelsches Integral 168  
Funktion 2  
Funktional 76, 85
- G**  
Gammafunktion 167, 225  
ganze Zahl 21  
ganzzahliger Anteil 52  
Gaußverteilung 176  
genügend groß 27  
–, wenig 53  
geometrische  
  Reihe 34, 122, 138  
gerade Funkt. 110, 154  
gleichmäßig  
  konvergent 67f, 72, 119  
–, absolut konvergent 47, 129,  
  166  
gleichmäßig stetig 64, 213  
Glied 33  
gliedweise Ableitung 126  
Glockenfunktion 147f, 176  
goldener Schnitt 220  
Grad 56  
Graph 2  
Grenze 22  
–, des Integrals 78  
Grenzwert 26  
– und Ableitung 127  
–, Eindeutigkeit 29  
–, Reihe 33  
– Satz von Abel 125

- gröbster 198  
größer 6  
größergleich 6  
Grundlagen 4
- H**  
Hadamard-Formel 123  
halboffen 22  
harmonische Reihe 40, 164  
Häufungspunkt 44  
Hauptsatz 100  
Hauptzweig  $\arctan$  110  
Hausdorff-Eigenschaft 196  
hausdorffsch 198  
Heaviside-Funktion 225  
Heine-Borel, Satz 212  
Hilbertraum 197, 226f  
hinreichende Bedingung 35  
höhere Ordnung 89, 135, 166  
homogen 68, 180  
homöomorph 201  
Homöomorphismus 201, 209  
de l'Hospital, Regeln 157f
- I**  
 $i$  8  
id, Identität 55, 92, 201  
Imaginärteil,  $\operatorname{Im}(z)$ , 150  
Induktion 13ff, 21  
Infimum,  $\inf$  22  
injektiv 17, 61  
Inneres 199, 227  
integrabel 75, 81  
Integral, Definition 75ff  
–, formales 126  
–, Potenzreihe 120ff  
–, stetiger Operator 85  
–, unbestimmtes 102  
–, uneigentliches 160ff  
Integralnorm 181  
Intervall 22, 61f  
–, kompakt 57, 64, 210  
– nicht abzählbar 192  
– zusammenhängend 215  
intervalladditiv 76, 86  
Inverses 5  
irrational 24  
isoliert 97  
Isomorphismus  
   $(\mathbb{R}, +) \cong (\mathbb{R}_+, \cdot)$  109
- J**  
Jet 133  
–, konvergent 136  
–, verschwindender 145  
–, vorgegebener 148
- K**  
kanonische Inklusion 204  
– Projektion des  
  Produkts 202  
kanonisches Skalarprodukt 179  
Kettenregel 91, 103, 143  
kleiner 6  
kleinergleich 6  
Koeffizient 121  
–, unbest. 142  
kommutativ 5

- kompakt 58, 206ff  
 Komplement 199  
 komplett 196  
 komplexe Potenzreihen 150ff  
   – Zahlen 8, 150  
 Komponente 215  
 Konjugation 151  
 Konstruktion von  $\mathbb{R}$  49  
 kontrahierend 226  
 konvergent 26ff, 45, 56, 196  
   –, Ableitung 119  
   –, absolut 47, 129, 166  
   –, gleichmäßig 70, 119  
   –, – absolut 69, 121  
   –, Integral 161  
   –, normal 69, 120  
   –, punktweise 65  
 Konvergenz-  
   begriffe 65, 152, 183  
   – Intervall 122  
   – Kreis 153  
   – Radius 121f, 153  
 Körper, angeordneter 4, 8  
 Körperaxiome 5  
 Kosinus 112ff  
   –, Fourierentwicklung 141  
   –, komplex 153  
   –, Taylorreihe 136f  
 Kreisbewegung 114, 155  
 Kugel 194, 201
- L**
- $L^2$ -Metrik 177ff  
 $L^1$ -Norm 182  
 $L^2$ -Norm 181  
 Lagrange-Restglied 135, 159  
 Landau 4  
 Länge 180  
 Legendrepolynom 187f, 227  
 Leibniz-Kriterium 42  
 Leitkoeffizient 56  
 Limes,  $\lim$  26, 56  
   – und Integral 85  
 $\lim_{x \nearrow p}$ ,  $\lim_{x \searrow p}$  57  
 $\underline{\lim}$ ,  $\liminf$  45  
 Limes inferior 45  
 $\overline{\lim}$ ,  $\limsup$  45, 123  
 Limes superior 45, 123  
 linear 30, 36, 77  
 Linearität, Ableitung 90  
   –, Integral 77  
 Lipschitz-stetig 77, 86, 182  
 Logarithmus,  
    $\log$  106ff, 128, 164  
   –, Integral 105  
   –, Taylorreihe 128  
 $\log(2)$  43, 128  
 lokal 55, 93, 97  
 lokale Eigenschaft 56, 124  
 lokales Verhalten  
   von Funktionen 93ff, 99
- M**
- Majorante 39, 47, 162  
 Massenpunkt 171  
 Maximum,  
    $\max$  10, 58, 63, 97, 212  
 $\max(f)$  integabel 84

- Menge 190  
Metrik 193  
metrischer Raum 193, 200  
Minimum,  
  min 10, 15, 58, 63, 97, 212  
 $\min(f)$  integabel 84  
Mittel, arithm.  
  u. geom. 217, 221  
Mittelwertsatz,  
  Differentialrechnung 95, 156  
  –, Integralrechnung 87  
mittlere Zahl 217  
Möbiusband 206  
modulo 141, 182  
monoton 9, 36f, 61, 96  
monoton,  $\implies$  integabel 81  
  –, Konvergenz 37, 162  
monoton, Teilfolge 43  
Monotonie des Integrals 76  
Morphismus 200  
Multiplikation 4,  
  – von Folgen 30  
  –, in  $\mathbb{C}$  155  
multiplikativ,  $\lim$  30
- N**  
 $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{N}_0$  13  
natürliche Zahl 13  
negativ 59f  
Newton-Verfahren 38f  
niedrig 43  
Norm 68, 180  
normal konvergent 69, 120  
normierter Raum 183, 194
- Normierung  
  des Integrals 76, 78  
notwendige Bedingung 35  
Nullfolge 40  
Nullstelle 58f
- O**  
OBdA = ohne Beschrnkung  
  der Allgemeinheit  
obere Grenze 22  
  – des Integrals 78  
oberer Häufungspunkt 45  
obere Schranke 21  
Oberintegral 80  
offen 22, 194, 197  
offene Überdeckung 206  
Ordnung 89, 135, 166  
orthogonal 184  
Orthogonalprojektion 185  
Orthonormalbasis 183, 185
- P**  
Parabel 51  
Parsevalsche Gleichung 186  
Partialbruchzerlegung 222  
Partialintegral 161  
Partialsomme 33  
Partielle Integration 104  
  –, Summation 125  
periodisch 113, 189  
Permutation 17  
Pi,  $\pi$  1, 43, 111, 128, 193  
Polarkoordinaten 118, 155  
Polynom 55, 60, 193, 221

- , Approximation 173, 187f, 190
- , Taylor 133
- , trigonometrisches 189
- positiv 6, 36, 38, 49, 60
- positiv definit 178
- positiv homogen 68, 180
- Positivitätsbereich 4
- Potenz 6, 108
- , Ableitung 97
- Potenzmenge 17, 192
- Potenzreihe 120ff
  - , komplexe 152ff
- Produkt 5f, 9, 15
- , Folgen 30
- , integrierbar
  - Funktionen 87, 220
- , Reihen 129, 140
- , stet. Fkt. 55
- , top. Räume 202, 211
- Produktregel 90, 104, 125, 140
- Projektion, kanonische 202
- projektiver Raum 206
- Punkt 53, 193, 198
- punktweise konvergent 65
- Q**
- $\mathbb{Q}$  21, 24, 109, 190, 215
- Quadrant 118
- Quadrat 60
  - nicht negativ 8
  - , Integralmetrik 181
- Quotientenkriterium 41, 225
- Quotientenraum 205
- Quotientenregel 90f
- Quotiententopologie 205, 208
- R**
- $\mathbb{R}$  4
- Rand, Konvergenzint. 122f
- rationale Funktion 56
  - , Integral 105
  - Operation 55, 90, 140
  - Zahl 21, 24
- Realteil,  $\operatorname{Re}(z)$  150
- reelle Zahl 5
- Regelfunktion 73
- Reihe 33ff, 162ff
  - und Folge 33, 124
  - von Funktionen 65
  - u. Integral 162ff
- Restglied 133, 135, 159
- Riemann-integrabel 80
- Riemannintegral 74ff, 81, 197
- Rodriguez 227
- Rolle, Satz 94
- S**
- Sägezahnfunktion 52
- schließlich 27
- Schmidt-Ortho-normalisierung 187
- Schranke 21
- Schwarzsche Ungleichung 180
- Schwingungsgleichung 115
- semidefinit 178
- Seminorm 178, 180
- sign ( $\pm$ ) 66

- Sinus,  $\sin$  112ff, 224  
–, Fourierreihe 188ff  
–, komplex 153  
–, Taylorreihe 136f  
–, Umkehrfkt. 62  
Skalarprodukt 178  
Sphäre 206  
Stammfunktion 100  
Standard-Einheitsvektor 184  
stetig 51ff, 200, 229  
– bei  $\infty$  57  
– differenzierbar 93  
–  $\implies$  integrabel 81  
Stetigkeit,  
  Grenzfunktion 67, 70  
–, Integral 77, 85  
Stirling, Formel 222  
streng monoton 36 96  
Substitution, Integral 102  
Summe 5f, 9, 15, 33  
–, topologische 203  
Supremum,  $\sup$  22  
Supremumsnorm 68  
surjektiv 17  
Symmetrie 193  
symmetrisch 110, 178
- T**  
Tangens,  $\tan$  111f, 142  
Taylorentwicklung 132ff, 148  
Taylorformel 134  
Taylorpolynom 133  
Taylorreihe 133, 148  
–, konvergent 136  
–, verschwindend 145  
–, vorgegeben 148  
Teilfolge 32, 43  
Teilmenge 17  
Teilraum 194, 198  
– Topologie 198  
Topologie 197  
topologisch, Produkt 202, 211  
–, Raum 197  
–, Summe 203  
Transformationsformel 102  
transitiv 7  
Treppenfunktion 71, 79, 183  
trigonometrisch, Approx. 189  
–, Funktion 110ff, 224  
–, Polynom 189  
Tubenlemma 211  
Tubenumgebung 211
- U**  
überabzählbar 192  
Überdeckung 206  
Umgebung 26, 194, 198  
Umkehrfunktion  
  96, 103f, 201, 209  
–, Integral 103f  
Umordnung 32, 49f  
unbestimmt, Integral 102  
–, Koeffizienten 142  
uneigentliches Integral 160ff  
Unendlich,  $\infty$  22, 28, 45  
unendlich viele 27  
ungerade Funktion 110, 154  
Universelle Eigenschaft

- des Produkts 203
  - des Quotienten 205
  - der Summe 204
  - unstetig 54, 229
    - diffb. 118
  - untere Grenze 22,
    - des Integrals 78
  - unterer Häufungspunkt 45
  - untere Schranke 21
  - Unterintegral 80
  - Unterraum 194, 198
  - Urbild 54
  - Ursprung 2
- V**
- Varianz 176
  - verbindbar 215
  - verbinden 214
  - Verdichtung einer Reihe 39
  - Verfeinerung 71
  - Vergleich, Reihe u.
    - Integral 162ff
  - vergleichbar 7
  - verkleben 204f
  - Verknüpfung 4
  - Vertauschbarkeit, Grenzw.
    - u. Ableitg. 127, 175
  - Vertauschen von
    - Grenzwerten 66, 127
    - , Grenzw. mit alg. Op. 30
  - verträglich 30, 140
  - vollständig 21ff, 196
  - vollständige Induktion 13ff, 21
  - vollständiges Ortho-
    - normalsystem 186
  - Vollständigkeitsaxiom 4, 21ff
- W**
- wachsen 36
  - Wahrscheinlichkeitsmaß 171
  - Weg 214
  - wegweise zusammen-
    - hängend 214, 228
  - Weierstraß 44, 69, 173
    - , Konvergenzsatz 69
  - Winkelfunktion 110ff, 183
    - , Integration 154
  - Wohlordnung 20
  - Würfel 201
  - Wurzel 24, 38, 59, 63, 138
    - , irrational 24
  - Wurzelkriterium 41
- Z**
- $\mathbb{Z}$  21
  - Zerlegung 71
  - Zeta-Funktion 40, 164
  - zusammenhängend 214, 228
  - zusammenkleben 204f
  - Zusammensetzung
    - analyt. Funkt. 145
    - differenzierbar 91, 143
    - , stetiger Funkt. 56, 201
    - , Taylorreihen 143
  - Zwischenwertsatz 58, 215