
Vorwort

Mit der Entwicklung der Analysis, der Differential- und Integralrechnung, beginnt eigentlich die Mathematik der Neuzeit, und der analytische Kalkül ist auch heute noch die Grundlage jeder mathematischen Bildung. Nur mit den Begriffen der Differentialrechnung lassen sich die Grundgesetze der Physik mitteilen, sie liefert die Sprache der heutigen Geometrie, aber auch die Zahlentheorie beschreibt ihre tiefsten und schönsten Entdeckungen durch analytische Funktionen.

In diesem ersten Band entwickle ich den grundlegenden infinitesimalen Kalkül im Eindimensionalen. Im letzten Kapitel erkläre ich jedoch die metrischen und topologischen Begriffe in abstrakter Allgemeinheit. Ich bringe das Riemann-Integral. Das genügt für's erste, und es ist so axiomatisch gefaßt, daß später nicht alles noch einmal gemacht werden muß.

Was den Aufbau angeht, so führe ich erst das Integral ein, dann die Ableitung, dann kommen die klassischen Funktionen und dann Potenzreihen, wie es übrigens auch am ehesten der historischen Entwicklung entspricht. Ich wende mich ja an Studierende, die aus der Schule schon einige vorläufige Kenntnis mitbringen. Daran werden und dürfen sie sich erinnern, wenn nun zuerst die Fundamente gründlich befestigt und die Hauptsätze des klassischen Kalküls bewiesen werden und es dann mit allen angebrachten Hilfsmitteln an die konkreten Materialien geht: Es leuchtet mir eher ein, die Bogenlänge zu gegebenem Tangens durch ein Integral, als Winkelfunktionen durch Potenzreihen zu definieren, und man nimmt sich so nicht nachher die wichtigsten Beispiele für die Taylorentwicklung.

Der folgende zweite Band, Stoff des zweiten Semesters, behandelt die Differentialrechnung für endlichdimensionale reelle Vektorräume, auch Untermannigfaltigkeiten des \mathbb{R}^n und ihre Tangenten, und er bringt eine Einführung in die allgemeine Maß- und Integrationstheorie mit Spezialisierung für den \mathbb{R}^n .

Der dritte Band bringt eine Einführung in die Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen und erklärt die Grundlagen der globalen Analysis: Satz von Stokes und Integralformel von Gauß.

An viel Schönerem, auch an Wichtigem, mußte ich vorbeilaufen. Auf manches werden wir später zurückkommen, wo es seine angemessene Umgebung findet. Manches ergibt sich in der Funktionentheorie einleuchtend und fast wie von selbst, was zu Anfang mühsam wäre. Das gilt zum Beispiel für die Partialbruchzerlegung zur Integration der rationalen Funktionen und für die Berechnung uneigentlicher Integrale. Auch die Theorie der elementaren Funktionen mit ihren zahlentheoretischen Aspekten kann sich erst im Komplexen wirklich entfalten. Dies ist ein Skriptum für das erste Semester, ein erster Zugang und Überblick. Wer damit sein Studium beginnt, sollte sich schließlich auch in der weiteren Literatur zurechtfinden.

Herr Martin Lercher hat fast alle Figuren hergestellt, Herr Michael Prechtel hat zahlreiche Verbesserungen am Manuskript angeregt, und Frau Martina Hertl hat für den Drucksatz gesorgt. Ihnen danke ich herzlich.

In diesem Neudruck habe ich alle Versehen und Druckfehler, die mir bekannt geworden sind, verbessert.

Regensburg, im Frühjahr 1999

Theodor Bröcker