Vorwort

In diesem Bande erkläre ich die Differentialrechnung für Abbildungen zwischen endlichdimensionalen reellen Vektorräumen sowie die Grundlagen der Maß- und Integrationstheorie.

Die Differentialrechnung zeigt sich großenteils als Verbindung der Analysis für Funktionen einer Veränderlichen mit dem Kalkül der Linearen Algebra. Erst der Satz über die Umkehrabbildung führt zu etwas Neuem, zu einer geometrischen Sicht. Ich sage, was Untermannigfaltigkeiten und ihre Tangentialräume sind, und erkläre damit die Methode der Multiplikatoren zur Bestimmung kritischer Punkte auch bei nicht holonomen Nebenbedingungen. Auch der Begriff der Enveloppe wird erst in diesem Zusammenhang verständlich.

Die Integralrechnung ist nicht so eng mit der Differentialrechnung verbunden, wie man es aus dem ersten Semester kennt. Ich erkläre die Anfangsgründe der Maßtheorie. Der Leitgedanke zur Kennzeichnung der integrablen Funktionen ist hier, daß man einen für die L^1-Norm kompletten Raum von Funktionen herstellen will. Die Konstruktion bliebe im wesentlichen wörtlich dieselbe für Funktionen mit Werten in einem Banachraum. Am Ende kommt die Transformationsformel, und damit werden die beiden Themen des Bandes wieder zusammengeführt. Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung im Höherdimensionalen, der Satz von Stokes, wird ein Thema des dritten Bandes sein.

Am Schluß habe ich ein Kapitel angefügt, in dem ich unter anderem das Morselemma, den Rangsatz und den Satz von Sard vorführe und etwas über konvexe Funktionen und Jensens Ungleichung sage. Das sind heute jedem Mathematiker vertraute Hilfsmittel, und sie dienen auch dem Verständnis der klassischen Sätze über die Hesseform und über die Umkehrabbildung.

In vielen Fällen übertragen sich Sätze und Beweise unmittelbar vom Ein- aufs Mehrdimensionale. Das gilt zum Beispiel für den Umgang mit ε und δ, für Folgen und Reihen, für die Diskussion der verschiedenen Konvergenzbegriffe für Folgen von Funktionen, für die Vertauschbarkeit von Ableitungen mit Grenzwertbildung, für den Satz von Borel über Funktionen mit vorgeschriebener Taylorreihe, für Dirac- und Weierstraßapproximation. Derartiges habe ich nicht eigens wiederholt, um die Aufmerksamkeit nicht zu ermüden. Dies ist ein Skriptum für das zweite Semester, ein Kompendium soll es nicht werden.

Die Aufgaben, die ich am Ende gesammelt habe, will ich besonders empfehlen. Sie werden zwar im Text nicht benutzt, aber sie helfen doch, durch Beispiele, Gegenbeispiele und Anwendungen, manches zu erhellen und zu erläutern, und sie sind vergnüglich.

Herr Martin Lercher hat die Figuren des letzten Kapitels hergestellt, Herr Michael Prechtel hat zahlreiche Verbesserungen des Manuskripts angeregt und Frau Martina Hertl hat den Drucksatz für die erste Auflage besorgt. Ihnen bin ich herzlich dankbar.

Für die zweite Auflage habe ich die Schrift vergrößert und bei der Gelegenheit das Manuskript etwas geputzt. Auch sind einige Hinweise im Text und in den Aufgaben hinzugekommen.

Regensburg, zu Neujahr 1994 Theodor Bröcker