Prof. Dr. Walter Gubler
Thomas Fenzl
Christian Vilsmeier

Universität Regensburg
Wintersemester 2016/17

Algebraische Schnitttheorie
Blatt 4

bis 15.11.2016

Aufgabe 1 Sei X ein Schema und $\mathcal{B}$ sowie $\mathcal{B}'$ quasi-kohärente $\mathcal{O}_X$-Algebren. Zeigen Sie, dass es eine natürliche Bijektion

$$\mathrm{Hom}_{\mathcal{O}_X\text{-Alg}}(\mathcal{B}, \mathcal{B}') \xrightarrow{\sim} \mathrm{Hom}_X(\mathrm{Spec}(\mathcal{B}'), \mathrm{Spec}(\mathcal{B}))$$

gibt.

Aufgabe 2 Sei $f : Y \to X$ ein Morphismus von Schemata und $\mathcal{B}$ eine quasi-kohärente $\mathcal{O}_X$-Algebra. Zeigen Sie, dass ein kanonischer in $\mathcal{B}$ funktorieller Isomorphismus

$$\mathrm{Spec}(f^*\mathcal{B}) \xrightarrow{\sim} \mathrm{Spec}(\mathcal{B}) \times_X Y$$

von Y-Schemata existiert.

Aufgabe 3 Sei X ein Schema und $\mathcal{F}$ ein quasi-kohärenter $\mathcal{O}_X$-Modul. Zeigen Sie, dass $\mathrm{Sym}_{\mathcal{O}_X}\mathcal{F}$ eine quasi-kohärente $\mathcal{O}_X$-Algebra ist.

Aufgabe 4 Sei X ein Schema. Zeigen Sie, dass die Kategorie der geometrischen Vektorbündel vom Rang r über X äquivalent ist zur Kategorie der lokal-freien $\mathcal{O}_X$-Moduln vom Rang r.